

RESEARCH ARTICLE

## Penentuan Rute Armada Pengiriman CV. XYZ menggunakan Pendekatan Vehicle Routing Problem with Time Window and Heterogeneous Fleet dengan Mixed Integer Linear Programming untuk Meminimasi Tingkat Keterlambatan.

Naufal Agin Ramadhan, Muhammad Nashir Ardiansyah\*  
and Hardian Kokoh Pambud

Fakultas Rekayasa Industri, Universitas Telkom, Bandung, 40257, Jawa Barat, Indonesia

\*Corresponding author: [nashirardiansyah@telkomuniversity.ac.id](mailto:nashirardiansyah@telkomuniversity.ac.id)

Received on 24 September 2023; accepted on 31 October 2023

### Abstrak

CV. XYZ adalah produsen produk olahan kedelai tahu yang berlokasi di Kota Depok, Jawa Barat dan memiliki konsumen yang tersebar di daerah kota Depok dan Jakarta Selatan. Terdapat tiga jenis armada transportasi yang dimiliki oleh CV. XYZ, masing-masing memiliki karakteristik yang berbedabeda. Setiap pelanggan memiliki rentang waktu penerimaan barang masing-masing. Bila kendaraan datang di luar rentang waktu yang telah ditentukan, penerimaan barang tidak dapat dilakukan dan produk dikembalikan lagi ke pabrik. CV. XYZ mengalami keterlambatan dalam proses pengirimannya yang diakibatkan oleh penentuan rute yang tidak dilakukan secara teratur yang menyebabkan variasi waktu tempuh dan jam kedatangan yang acak. Permasalahan CV. XYZ dapat diselesaikan menggunakan pendekatan Vehicle Routing Problem (VRP) dengan karakteristik *Heterogeneous Fleet* dan *Time Windows* dan *Mixed Integer Linear Programming*. Penyelesaian model VRP dibantu dengan bahasa pemrograman python dan perangkat lunak *solver Gurobi*, dengan algoritma *Branch & Bound* dan *Cutting Plane*. Hasil penyelesaian model VRP memiliki tingkat keterlambatan sebesar 0% dan berhasil menekan biaya transportasi sebesar 11%.

**Key words:** keterlambatan, *vehicle routing problem*, *time windows*, *heterogeneous fleet*

### Pendahuluan

CV. XYZ adalah perusahaan produksi olahan kacang kedelai tahu yang beroperasi di kota Depok, Jawa Barat. CV. XYZ telah berdiri sejak tahun 1978, dan sekarang telah menjual langsung ke distributor pada 10 pasar dan 12 perumahan di kota Depok dan Jakarta Selatan. Pengiriman dilaksanakan dengan menggunakan 1 truk, 1 motor box roda tiga, dan 5 motor roda dua. CV. XYZ memiliki permasalahan keterlambatan dalam pengiriman produk ke distributor menggunakan armada yang dimiliki CV. XYZ. Gambar 1 menunjukkan data keterlambatan dalam kegiatan distribusi CV. XYZ pada bulan Juli 2020 sampai dengan November 2020. Keterlambatan Pengiriman CV. XYZ Bulan Juli November 2020 bisa terlihat pada gambar 1.

Faktor keterlambatan pengiriman pada CV. XYZ dianalisa menggunakan hasil wawancara kepada pegawai dan observasi langsung di lapangan. Hasil tersebut dijelaskan dalam bentuk diagram fishbone pada gambar 2.

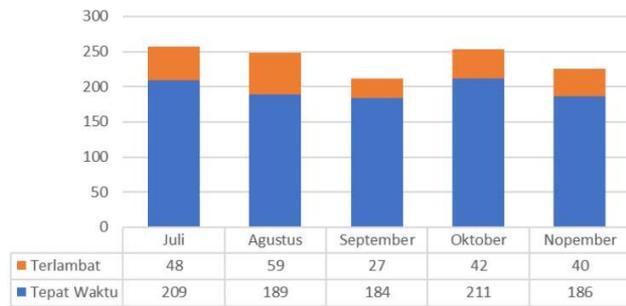
Berdasarkan karakteristik kegiatan yang dianalisa, akar permasalahan yang dapat diperbaiki adalah faktor metode, yaitu faktor pemilihan

rute yang tidak teratur. Penyelesaian akar masalah tersebut dianggap dapat menyelesaikan masalah utama secara langsung dan tanpa memerlukan waktu yang anjang dan investasi fasilitas. Maka berdasarkan latar belakang di atas, permasalahan ini dapat diklasifikasikan sebagai permasalahan perutean kendaraan (*vehicle routing problem*) dengan armada banyak jenis (*heterogeneous fleet*) dan rentang waktu (*time window*).

### Tinjauan Pustaka

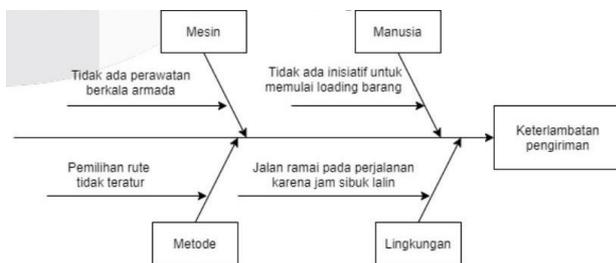
#### Manajemen Rantai Pasok

Manajemen Rantai Pasok adalah proses perencanaan, implementasi, dan pengendalian operasi rantai pasok, dengan tujuan pemenuhan kebutuhan konsumen dengan efisiensi tertinggi. Manajemen rantai pasok mencakup pergerakan dan penyimpanan barang mentah, barang setengah jadi, dan barang jadi dari titik asal hingga ke titik konsumsi. Sedangkan rantai pasok (*supply chain*) adalah jaringan fisik yang dibentuk dari semua pihak yang berkaitan secara langsung



GAMBAR 1

Gambar 1. Keterlambatan Pengiriman CV. XYZ Bulan Juli - November 2020



Gambar 2. Diagram Fishbone

atau tidak langsung, dalam proses pemenuhan permintaan konsumen. Rantai pasok mencakup produsen, pemasok, pengantar, gudang, pengecer, hingga konsumen (Chopra & Meindl, 2016).

### Manajemen Distribusi dan Transportasi

Manajemen transportasi dan distribusi adalah aktivitas pengelolaan pada kegiatan pergerakan produk dari satu lokasi ke lokasi yang lain yang membentuk sebuah jaringan (Pujawan & Mahendrawathi, 2017).

### Vehicle Routing Problem

Toth dan Vigo (2002) mendefinisikan vehicle routing problem (VRP) sebagai permasalahan distribusi barang antara depot dan pelanggan, yang mencakup pelayanan sejumlah pelanggan oleh sejumlah kendaraan pada suatu rentang waktu, yang berangkat dari sejumlah depot, dioperasikan oleh sejumlah pengemudi, menggunakan sebuah jaringan jalan. Solusi dari permasalahan VRP adalah sejumlah penentuan rute yang dilewati sebuah kendaraan yang dimulai dan diakhiri pada depot, memenuhi semua permintaan pelanggan dan batasan operasional, dengan biaya transportasi global terendah.

### Pemrograman Linier

Pemrograman linier adalah sebuah metode pemrograman matematis yang berkaitan dengan maksimasi atau minimasi sebuah fungsi objektif linier dengan banyak variabel yang dibatasi oleh persamaan dan pertidaksamaan pembatas linier (Dantzig & Thapa, 1997). Sebuah program linier terdiri dari komponen variabel keputusan, fungsi tujuan, dan fungsi pembatas. Variabel keputusan adalah faktor-faktor yang mempengaruhi hasil atau nilai dari fungsi tujuan dan pembatas. Fungsi tujuan adalah persamaan yang menghasilkan suatu nilai tujuan dari gabungan variabel keputusan. Fungsi pembatas adalah persamaan dan pertidaksamaan yang membatasi rentang nilai variabel. Berikut adalah ekspresi dasar matematis masalah pemrograman linier.

### Algoritma Penyelesaian Pemrograman Linier

Secara umum, algoritma penyelesaian VRP dapat dibagi menjadi tiga, algoritma eksak, heuristik klasik, dan metaheuristik.

#### a. Algoritma *Branch and Bound*

Algoritma *Branch and Bound* pertama kali dirancang oleh A. Land dan G. Doig sebagai metode penyelesaian permasalahan ILP dan MIP melalui pemecahan dan an ruang solusi secara berulang. Pendekatan *branch and bound* memiliki prinsip bahwa sebuah set solusi dapat dipecah menjadi beberapa subset solusi yang salah satunya berisi solusi optimal. Subset solusi ini kemudian akan dipecah dan dievaluasi kembali masing-masing subsetnya hingga tercapai solusi terbaik (Clausen, 1999). Menurut Taha (2007), sebuah iterasi *branch and bound* dilakukan dalam tiga tahap, seleksi subset, an, dan pencabangan.

#### b. Algoritma *Cutting Plane*

Algoritma *cutting plane* adalah metode penyelesaian permasalahan ILP dan MIP dengan menambahkan batasan baru yang disebut batasan *gamory* untuk memenuhi batasan keutuhan (*integrality*) variabel keputusan (Basriati, 2018). Batasan *gamory* tersebut memotong ruang solusi (*cuts*) sehingga menghasilkan solusi optimal dengan variabel keputusan *integer*.

## Metodologi Penelitian

Sistematika penyelesaian masalah dan perancangan desain dilakukan secara sistematis seperti pada gambar 3.

### Tahap Identifikasi

Tahap identifikasi dimulai dari studi lapangan pada CV. XYZ untuk mengetahui permasalahan apa yang muncul dan penyebabnya. Dari suatu permasalahan yang diteliti, akan ditentukan satu sumber masalah yang akan diselesaikan. Penyelesaian ditunjang dengan studi literatur untuk mengetahui dasar-dasar teoritis permasalahan dan metode penyelesaian yang dapat digunakan. Hasil studi lapangan dan studi literatur kemudian menjadi topik penelitian dengan tujuan, manfaat, rumusan, dan batasan penelitian.

### Tahap Pengumpulan dan Pengolahan Data

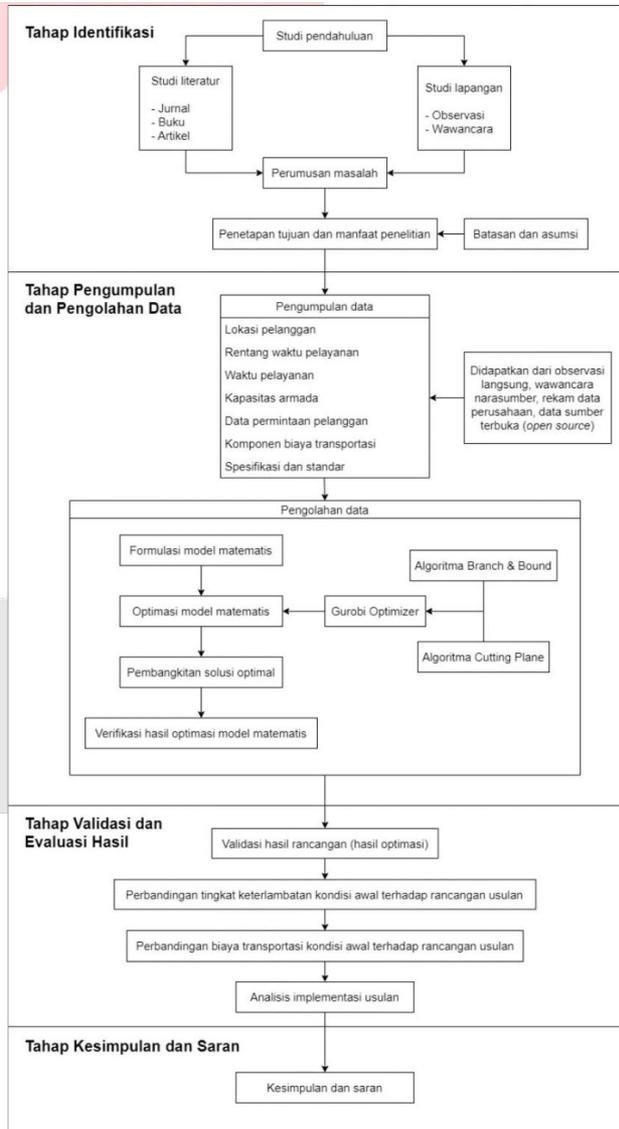
Data diidentifikasi dan dikumpulkan sebagai variabel input dalam pengolahan data menggunakan model MILP untuk mensimulasikan kondisi nyata, yang akan dicari solusi perutean terbaik menggunakan perangkat lunak optimasi Gurobi 9.1.0 dengan algoritma *Branch and Bound* dan *Cutting Plane*. Data yang akan dikumpulkan adalah data armada, data komponen biaya, data lokasi dan jarak, data permintaan, dan data rentang waktu kedatangan.

#### a. Karakteristik Sistem Distribusi

Kegiatan distribusi CV. XYZ dilakukan setiap dini hari berdasarkan permintaan pelanggan. Pada kondisi awal, kegiatan pemuatan kendaraan dilaksanakan hanya berdasarkan kapasitas kendaraan dan arah umum pengiriman. Pengiriman dengan arah utara (Jakarta Selatan) akan dimuat ke truk hingga semua permintaan terangkut, atau truk penuh. Selanjutnya pengiriman arah selatan (Depok & Kabupaten Bogor) akan dimuat ke motor dan motor bak hingga semua permintaan terangkut. Pemilihan rute kendaraan menuju tujuan ditentukan berdasarkan pengetahuan dan informasi yang dimiliki setiap pengemudi.

#### b. Armada Pengangkut

CV. XYZ memiliki 7 armada yang terdiri dari 1 truk, 1 motor roda tiga dan 5 motor roda dua. Setiap jenis armada memiliki kapasitas angkut masing-masing yang dijelaskan pada Tabel 1.



Gambar 3. Metodologi

Table 1. Armada Pengangkut

Kendaraan	Jenis	Jumlah	Kecepatan	Kapasitas
Mitsubishi Colt Diesel FE71	Truk	1	25 km/j	120 Box
Viar New Karya 200	Motor Tiga Roda	1	30 km/j	12 Box
Honda Vario 125	Motor Dua Roda	2	40 km/j	4 Box
Honda Supra X 125	Motor Dua Roda	3	35 km/j	4 Box

**c. Komponen Biaya Transportasi**

Biaya transportasi adalah salah satu pertimbangan utama dalam proses perencanaan distribusi produk, dikarenakan biaya transportasi memiliki presentase yang besar dalam biaya logistik total dibandingkan dengan biaya kegiatan lain. Biaya transportasi terbagi menjadi dua komponen, biaya tetap dan biaya variabel.

Table 2. Komponen Biaya Transportasi

Komponen	Mitsubishi Colt Diesel FE71	Viar New Karya 200	Honda Vario 125	Honda Supra X 125
Biaya depresiasi aset (Rp/hari)	Rp 104,756	Rp 14,265	Rp 2,917	Rp 1,597
Biaya Tenaga Kerja (Rp/Hari)	Rp 69,231	Rp 69,231	Rp 69,231	Rp 69,231
Biaya Servis Kendaraan (Rp/Hari)	Rp 13,359	Rp 1,803	Rp 923	Rp 504
Total Biaya (Rp/Hari)	Rp 187,345	Rp 85,299	Rp 73,071	Rp 71,332

Table 3. Komponen biaya tetap

Komponen	Mitsubishi Colt Diesel FE71	Viar New Karya 200	Honda Vario 125	Honda Supra X 125
Harga Bahan Bakar/km	Rp 1,386.54	Rp 841.50	Rp 336.60	Rp 429.34

Biaya tetap adalah komponen biaya transportasi yang dibebankan jika kendaraan digunakan pada suatu tanggal, dan tidak dipengaruhi oleh variabel lain dalam proses transportasi. Biaya tetap terdiri dari biaya depresiasi aset (keausan kendaraan), biaya tenaga kerja dalam bentuk uang saku, dan biaya servis kendaraan. Tabel 2 merincikan komponen biaya tetap untuk semua kendaraan yang digunakan.

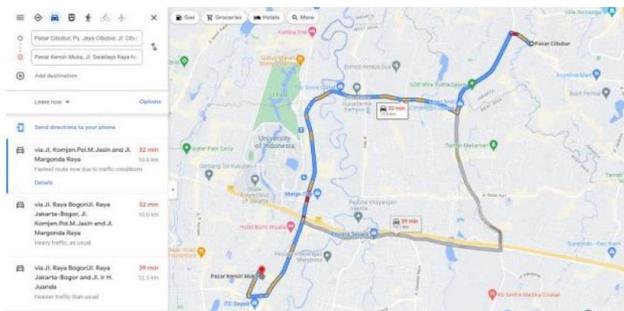
Biaya variabel adalah komponen biaya yang nilai akhirnya dipengaruhi oleh variabel lain dalam proses transportasi, dalam permasalahan ini, biaya variabel dipengaruhi oleh variabel jarak yang ditempuh oleh masing-masing kendaraan. Biaya variabel terdiri dari biaya bahan bakar/km yang ditempuh. Tabel 3 merincikan komponen biaya tetap untuk semua kendaraan yang digunakan.

**d. Karakteristik Pelanggan**

- Lokasi**  
Terdapat 22 pelanggan CV.XYZ yang tersebar di wilayah kota Depok, Jakarta Selatan, dan Kabupaten Bogor. Setiap tujuan memiliki kode untuk mempermudah pengolahan data. Tabel 4 menyajikan sebagian pelanggan dan lokasinya.
- Matriks Jarak**  
Lokasi pelanggan digunakan untuk menentukan jarak tempuh dari dan ke semua lokasi. Pada tugas akhir ini, layanan Google Maps digunakan untuk menghitung jarak tempuh dari dan ke semua titik tujuan. Gambar 4 menyajikan ilustrasi proses perhitungan jarak tempuh antara dua titik. Tabel 5 Menjabarkan jarak tempuh antar sebagian titik tujuan dalam bentuk matriks simetris.
- Permintaan** Pelanggan pasar daerah (lokasi dengan prefiks nama PD-) memiliki volume permintaan yang lebih tinggi dibandingkan pelanggan ritel, dikarenakan terdapat lebih dari satu pembeli dalam pasar daerah. Tabel 6 menyajikan data permintaan empat pelanggan dalam rentang waktu 7 hari dengan satuan *container rabbit box*.

**Table 4.** Lokasi pelanggan

Jenis	Nama	Kode	Lokasi
Depot	Pabrik CV. XYZ	DPO	Jl. Raya Bogor No.5, Curug, Kec. Cimanggis, Kota Depok, Jawa Barat 16416
Tujuan	Pd Citayam	C01	Jl. Lb. Pos No.99, Pabuaran, Kec. Bojong Gede, Kabupaten Bogor, Jawa Barat 16921
Tujuan	Pd Cileungsi	C02	Cileungsi Kidul, Cileungsi, Cileungsi, Kabupaten Bogor, Jawa Barat 16820
Tujuan	Pd Cipete Selatan	C03	Jl. Pangeran Antasari No.30, RT.9/RW.4, Cipete Sel., Kec. Cilandak, Kota Jakarta Selatan, Daerah Khusus Ibukota Jakarta 12410



**Gambar 4.** Diagram Fishbone

**Table 5.** Rentang waktu kedatangan untuk sembilan titik tujuan

Kode	Buka	Tutup
C01	00:30:00	05:00:00
C02	01:00:00	04:45:00
C03	02:00:00	05:00:00
C04	00:30:00	05:30:00
C05	04:45:00	08:00:00
C06	04:30:00	09:00:00
C07	06:45:00	08:00:00
C08	07:00:00	08:30:00
C09	07:00:00	08:00:00

- Rentang Waktu** Setiap pelanggan memiliki rentang waktu kedatangan sebelum pembukaan toko atau jam puncak kegiatan. Berdasarkan observasi langsung, proses bongkar muat membutuhkan rerata waktu 15 menit. Sehingga kendaraan yang datang ke titik tujuan harus dapat datang, melaksanakan proses bongkar muat, dan berangkat ke tujuan selanjutnya dalam rentang waktu tertentu.

**Table 6.** Data permintaan empat pelanggan dalam rentang waktu 7 hari

Lokasi	Hari ke-						
	1	2	3	4	5	6	7
C01	4	9	9	9	9	9	9
C02	14	14	14	14	14	14	14
C03	12	0	12	0	12	0	12
C04	15	14	14	14	14	15	15
C04	4	9	9	9	9	9	9

**Table 7.** Rentang waktu kedatangan untuk sembilan titik tujuan

Kode	Buka	Tutup
C01	00:30:00	05:00:00
C02	01:00:00	04:45:00
C03	02:00:00	05:00:00
C04	00:30:00	05:30:00
C05	04:45:00	08:00:00
C06	04:30:00	09:00:00
C07	06:45:00	08:00:00
C08	07:00:00	08:30:00
C09	07:00:00	08:00:00

Tabel 7 menjabarkan rentang waktu kedatangan untuk sembilan titik tujuan.

- Akses Jalan Masuk** Setiap pelanggan memiliki karakteristik akses jalan yang berbeda-beda berdasarkan lokasinya. Terdapat beberapa pelanggan yang berlokasi di daerah perumahan atau kawasan padat penduduk, sehingga tidak dapat diakses oleh kendaraan roda empat. Tabel 8 menjabarkan jenis kendaraan yang dapat mengakses masing-masing pelanggan.

### Spesifikasi dan Standar Perancangan

Standar perancangan adalah suatu kumpulan persyaratan yang ditetapkan terhadap perancangan dan bersifat wajib. Standar perancangan menetapkan kriteria, metode, maupun proses hal-hal yang berkaitan dengan perancangan. Tabel 9 Menjabarkan komponen standar perancangan. Berdasarkan standar perancangan dan kondisi lapangan, maka dapat dirumuskan spesifikasi perancangan pada tabel 10.

### Model Matematis

Permasalahan pada objek penelitian dapat dimodelkan ke dalam sebuah model matematis dengan fungsi tujuan minimasi biaya transportasi, yang berkaitan dengan minimasi tingkat keterlambatan. Berikut adalah model matematis yang digunakan pada permasalahan ini, yang dirancang berdasarkan rancangan Borčinová et al. (2020); RomeroGelvez et al. (2019), dan Yan et al. (2015).

Fungsi Tujuan

$$\text{Min} = \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^n \sum_{v=1}^m X_{ijv} D_{ij} CV_v + \sum_{j=0}^n \sum_{v=1}^m X_{0jv} CF_v \quad \begin{matrix} \forall i \in Nd, j \\ \in Nd, v \in V \end{matrix} \quad (1)$$

Dengan Batasan

$$\sum_{i=0}^n \sum_{v=1}^m X_{ijv} = 1 \quad \forall i \in N, v \in V \quad (2)$$

Table 8. Jenis kendaraan yang dapat mengakses pelanggan

Kode	Akses Masuk Kendaraan						
	T01	M31	M21	M22	M23	M24	M25
C01	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓
C02	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓
C03	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓
C04	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓
C05	×	✓	✓	✓	✓	✓	✓
C06	×	✓	✓	✓	✓	✓	✓
C07	×	✓	✓	✓	✓	✓	✓
C08	×	✓	✓	✓	✓	✓	✓
C09	×	✓	✓	✓	✓	✓	✓
C10	×	✓	✓	✓	✓	✓	✓
C11	×	✓	✓	✓	✓	✓	✓
C12	×	✓	✓	✓	✓	✓	✓
C13	×	✓	✓	✓	✓	✓	✓
C14	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓
C15	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓
C16	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓
C17	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓
C18	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓
C19	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓
C20	×	✓	✓	✓	✓	✓	✓
C21	×	✓	✓	✓	✓	✓	✓
C22	×	✓	✓	✓	✓	✓	✓

$$\sum_{j=0}^n \sum_{v=1}^m X_{ijv} = 1 \quad \forall j \in N, v \in V \quad (3)$$

$$\sum_{i=0}^n X_{ikv} = \sum_{j=0}^n X_{kjh} \quad \forall i \in Nd, j \in Nd, v \in V \quad (4)$$

$$\sum_{i=0}^n X_{0iv} \leq 1 \quad \forall v \in V \quad (5)$$

$$g_{jv} \geq g_{iv} + G_j + ((X_{ijv} - 1) \times Z) \quad \forall i \in Nd, j \in N, v \in V \quad (6)$$

$$g_{iv} \leq Q_v \quad \forall i \in Nd, v \in V \quad (7)$$

$$a_{jv} \geq a_{iv} + \left( \frac{D_{ij}}{A_{cv}} \right) + S_t \quad \forall i \in Nd, j \in N, v \in V \quad (8)$$

$$a_{iv} + \left( \frac{D_{i0}}{A_{cn}} \right) \leq L \quad \forall i \in N, v \in V \quad (9)$$

$$Et_i \leq a_{iv} \leq Lt_i \quad \forall i \in N, v \in V \quad (10)$$

$$d_{jv} \geq d_{iv} + D_{ij} + ((X_{ijv} - 1) \times Z) \quad \forall i \in Nd, j \in Nd, v \in V \quad (11)$$

$$X_{ijv}, X_{0jv}, X_{0iv}, X_{ijv}, X_{ijv} \in \{0, 1\} \quad (12)$$

$$L = 360$$

Dengan definisi set himpunan, indeks, dan variabel sebagai berikut:

Set Himpunan

- $N$  Node (lokasi) pelanggan (1, 2, 3, ..., N)
- $Nd$  Node (lokasi) pelanggan dan depot (0, 1, 2, ..., Nd)
- $V$  Kumpulan Armada (1, 2, 3, ..., V)

Indeks

- $i$  Node (lokasi) awal
- $j$  Node (lokasi) tujuan
- $k$  Variabel pengganti Node
- $v$  Kendaraan
- 0 Node (lokasi) depot

**Table 9.** Komponen standar perancangan

Standar Perancangan	Keterangan	Sumber
Kapasitas Kendaraan	Roda empat: Beban muatan barang umum tidak melebihi muatan sumbu terberat dan daya dukung jalan. Roda dua dan tiga: Beban muatan barang umum tidak melebihi beban muatan.	Tahun 2019 total kendaraan
Dimensi Muatan	Roda empat: Tinggi dan lebar muatan barang umum tidak melebihi bak muatan mobil barang. Roda dua dan tiga: Muatan diletakkan di belakang pengemudi, dengan tinggi muatan tidak melebihi 900 mm dari tinggi tempat duduk pengemudi.	Permenhub no. 60
Batas Kecepatan	Pasal 3 (tiga) ayat (1) berbunyi setiap jalan memiliki batas kecepatan paling tinggi yang ditetapkan secara nasional. Pasal 3 (tiga) ayat (4) berbunyi paling tinggi 50 (lima puluh) kilometer per jam untuk kawasan perkotaan	Permenhub no. 60 Tahun 2019

**Table 10.** Spesifikasi perancangan

Aspek Rancangan	Keterangan
Kecepatan Kendaraan	Paling tinggi 50km/jam untuk kawasan perkotaan (Permenhub PM 60, 2019)
Kapasitas Kendaraan	120 Unit untuk truk CDE, 18 unit untuk motor roda tiga, dan 4 -unit untuk motor roda dua
Jumlah Penggunaan Kendaraan	1 Truk CDE 1 Motor Roda Tiga 5 Motor Roda Dua
Volume Pengiriman Permintaan	Jumlah produk dibeli sama dengan jumlah produk diantar
Waktu Kedatangan Pengiriman	Seluruh pengiriman diterima konsumen pada rentang waktu yang telah disetujui

**Variabel**

$D_{ij}$	Jarak antara node $i$ ke node $j$
$D_{i0}$	Jarak antara node $i$ ke node 0 (depot)
$CV_v$	Biaya variabel kendaraan $v$
$CF_v$	Biaya tetap kendaraan $v$
$X_{ijv}$	Variabel biner keputusan untuk melakukan perjalanan (ya (1), tidak (0)) dari node $i$ ke node $j$ dengan kendaraan $v$
$X_{ikv}$	Variabel biner keputusan untuk melakukan perjalanan (ya (1), tidak (0)) dari node $i$ ke node $k$ dengan kendaraan $v$
$X_{kjav}$	Variabel biner keputusan untuk melakukan perjalanan (ya (1), tidak (0)) dari node $k$ ke node $j$ dengan kendaraan $v$
$X_{0iv}$	Variabel biner keputusan untuk melakukan

	perjalanan (ya (1), tidak (0)) dari node 0 (depot) ke node $i$ dengan kendaraan $v$
$X_{0jv}$	Variabel biner keputusan untuk melakukan perjalanan (ya (1), tidak (0)) dari node $i$ ke node $j$ dengan kendaraan $v$
$g_{iv}$	Akumulasi muatan pada kendaraan $v$ di node $i$
$g_{jv}$	Akumulasi muatan pada kendaraan $v$ di node $j$
$G_j$	Jumlah permintaan pada lokasi/node $j$
$a_{iv}$	Akumulasi waktu tempuh pada kendaraan $v$ di node $i$
$a_{jv}$	Akumulasi waktu tempuh pada kendaraan $v$ di node $j$
$T_{ij}$	Waktu tempuh antara node $i$ ke node $j$
$T_{i0}$	Waktu tempuh antara node $i$ ke node 0 (depot)
$S_t$	Waktu pelayanan
$A_{cv}$	Kecepatan rerata kendaraan $v$
$ET_i$	Waktu buka rentang waktu pelayanan pelanggan di node $i$ . Waktu tutup rentang waktu pelayanan di node $i$ pelanggan
$d_{iv}$	Akumulasi jarak tempuh pada kendaraan $v$ di node $i$
$d_{jv}$	Akumulasi jarak tempuh pada kendaraan $v$ di node $j$
$Z$	Big Number
$L$	Waktu tutup depot

Persamaan-persamaan di atas adalah sebuah pemrograman matematis MILP yang memodelkan permasalahan ke dalam notasi matematis. Fungsi tujuan minimasi (1) menghitung total biaya transportasi dari seluruh rencana rute distribusi pada rentang satu hari. (2) dan (3) menyatakan bahwa setiap titik tujuan hanya ditugaskan ke satu rute. (4) memastikan bahwa jumlah kendaraan yang keluar dari depot harus sama dengan jumlah kendaraan yang datang (kembali) ke depot. (5) menyatakan bahwa jumlah kendaraan yang pergi dari depot ke tujuan  $i$  adalah kurang dari sama dengan satu, sehingga masing-masing kendaraan digunakan minimal nol kali dan maksimal satu kali. (6) menyatakan bahwa akumulasi muatan kendaraan di tujuan  $j$  harus lebih besar sama dengan akumulasi muatan kendaraan di tujuan  $i$  ditambah dengan permintaan tujuan  $j$ . (7) memastikan bahwa akumulasi muatan pada kendaraan  $j$  tidak melebihi kapasitas muatan kendaraan  $j$ . (8) menyatakan bahwa waktu kedatangan kendaraan di tujuan  $j$  harus lebih besar sama dengan waktu kedatangan kendaraan di tujuan  $i$  ditambah dengan waktu perjalanan dari tujuan  $i$  ke tujuan  $j$ . (9) memastikan bahwa waktu kedatangan kendaraan ke depot tidak boleh melebihi waktu tutup. (10) menyatakan bahwa waktu kedatangan di tujuan  $i$  melebihi waktu buka dan tidak melebihi waktu tutup rentang waktu pelayanan pelanggan di tujuan  $i$ . (11) menyatakan bahwa akumulasi jarak tempuh di tujuan  $j$  harus lebih besar sama dengan akumulasi jarak tempuh di tujuan  $i$  ditambah dengan permintaan tujuan  $j$ . (12) adalah biner untuk variabel keputusan  $X_{ijv}$ ,  $X_{0jv}$ ,  $X_{0iv}$ ,  $X_{kjav}$  dan  $X_{ijv}$ .

**Batasan dan Asumsi**

Terdapat beberapa batasan yang membatasi lingkup masalah, sehingga hasil perancangan dapat dilakukan dengan baik. Asumsi adalah anggapan yang ditentukan sebagai landasan dasar perancangan usulan. Batasan dan asumsi yang digunakan dalam tugas akhir ini adalah sebagai berikut:

1. Penelitian membahas perencanaan rute pada daerah kota Depok, Jakarta Selatan, dan Kabupaten Bogor.
2. Data posisi dan jarak didasarkan dari layanan Google Maps.
3. Produk diasumsikan selalu tersedia dan siap diantarkan.
4. Data permintaan diambil dari bulan Nopember 2020.
5. Tidak mempertimbangkan kemacetan jalan.
6. Simulasi dilakukan dalam dua periode setiap harinya
7. Tujuh kendaraan digunakan dalam perancangan sistem usulan

**Table 11.** Hasil Rancangan Usulan

Kendaraan	Rute Pengiriman	Jarak Tempuh (Km)	Biaya
MITSUBISHI COLT DIESEL	D01-C19-C04-C01-C18-C16-C14-C17-C15-C03-D01	81.9	
VIAR NEW KARYA 200	D01-C02-CD01	26.8	
VIAR NEW KARYA 200	D01-C11-C21-C20-D01	14.3	Rp. 575,258
HONDA SUPRA X125	D01-C06-C07-C09-D01	18.7	
HONDA SUPRA X125	D01-C11-D01	8.8	
MITSUBISHI COLT DIESEL	D01-C19-C04-C01-C18-C15-C17-C14-C16-D01	67.5	
VIAR NEW KARYA 200	D01-C02-CD01	26.8	
VIAR NEW KARYA 200	D01-C20-C21-C08-C07-C05-C06-D01	20.8	Rp. 559,903
HONDA SUPRA X125	D01-C13-C11-C09-D01	16.7	
HONDA SUPRA X125	D01-C22-D01	8.8	
MITSUBISHI COLT DIESEL	D01-C19-C04-C01-C18-C16-C14-C17-C15-C03-D01	68.4	
VIAR NEW KARYA 200	D01-C02-D01	26.8	
VIAR NEW KARYA 200	D01-C20-C21-C08-C09-D01	16.97	Rp. 654,278
HONDA VARIO 125	D01-C07-C05-C06-D01	19.8	
HONDA SUPRA X125	D01-C22-D01	8.8	
HONDA SUPRA X125	D01-C12-C11-D01	11.8	
MITSUBISHI COLT DIESEL	D01-C19-C04-C01-C18-C15-C17-C14-C16-D01	67.5	
VIAR NEW KARYA 200	D01-C02-CD01	26.8	
VIAR NEW KARYA 200	D01-C20-C21-C08-C07-C09-D01	14.75	Rp. 632,948
HONDA VARIO 125	D01-C06-C10-C13-D01	21.3	
HONDA SUPRA X125	D01-C22-D01	8.8	
HONDA SUPRA X125	D01-C12-C11-D01	11.8	
MITSUBISHI COLT DIESEL	D01-C04-C01-C18-C15-C03-C17-C14-C16-D01	75.8	
VIAR NEW KARYA 200	D01-C02-CD01	26.8	Rp. 568,516
VIAR NEW KARYA 200	D01-C22-C21-C20-D01	13.1	

## Hasil dan Pembahasan

### Hasil Rancangan Usulan

Tabel 11 menyajikan rancangan rute distribusi usulan untuk tujuh hari pertama.

### Verifikasi Hasil Perancangan

Verifikasi hasil rancangan dilaksanakan untuk memeriksa bahwa hasil rancangan sesuai terhadap standar spesifikasi dan dapat diimplementasikan. Tabel 12 menjabarkan proses verifikasi masing-masing komponen aspek rancangan.

### Validasi Hasil Perancangan

Validasi hasil rancangan dalam bentuk usulan distribusi dilaksanakan untuk membuktikan bahwa hasil rancangan akurat dan sah untuk diimplementasikan. Validasi dilakukan dengan proses umpan balik dengan pemangku kepentingan CV. XYZ. Hasil validasi rancangan dijabarkan pada Tabel 13.

### Evaluasi Tingkat Keterlambatan

Keterlambatan yang terjadi dipengaruhi oleh faktor waktu tempuh kendaraan dan waktu pelayanan pada lokasi pelanggan. Perbandingan jumlah pengiriman dan frekuensi keterlambatan rute awal dan usulan dapat dilihat di Tabel 14. Diketahui bahwa 40 dari 226 keberangkatan pada perutean awal mengalami keterlambatan. Proses optimasi berhasil menghasilkan solusi yang memenuhi batasan waktu kedatangan kendaraan ke pelanggan setelah jam buka dan sebelum jam tutup, serta waktu kepulangan kendaraan ke depot. Dapat diperhatikan juga penurunan jumlah keberangkatan dari 226 keberangkatan pada rute awal ke 145 keberangkatan pada rute usulan.

### Evaluasi Jarak Tempuh

Jarak tempuh setiap kendaraan dihitung dari total perjalanan yang ditempuh selama periode desain. Total jarak tempuh secara keseluruhan dan masing-masing kendaraan dibandingkan pada kondisi awal dan hasil rancangan. Berdasarkan tabel 15. diketahui bahwa terdapat peningkatan jarak tempuh pada hasil rancangan terhadap kondisi awal,

**Table 12.** Verifikasi Hasil Rancangan

Aspek Rancangan	Keterangan	Verifikasi	Pemenuhan
Kecepatan Kendaraan	Paling tinggi 50km/jam untuk kawasan perkotaan (Permenhub PM 111, 2015)	Rerata kecepatan kendaraan paling tinggi 38km/jam berdasarkan hasil observasi lapangan	Terpenuhi, kecepatan seluruh kendaraan dibawah 50 km/jam pada observasi lapangan
Kapasitas Kendaraan	120 Unit untuk truk CDE, 18 Unit untuk motor roda tiga, dan 4 unit untuk motor roda dua	Berdasarkan observasi langsung proses loading produk ke setiap jenis kendaraan	Terpenuhi, seluruh kendaraan dapat memuat jumlah satuan produk sesuai dengan spesifikasi pada observasi lapangan
Jumlah Kendaraan	1 Truk CDE 1 Motor Roda Tiga 5 Motor Roda Dua	Berdasarkan observasi langsung, dapat diketahui jumlah dan jenis kendaraan perusahaan	Terpenuhi, pemilik mengkonfirmasi jumlah kepemilikan kendaraan
Volume Pengiriman Permintaan	Jumlah produk dibeli sama dengan jumlah produk diantar	Berdasarkan penyelesaian model matematis, semua produk mendapatkan jadwal pengiriman	Terpenuhi, pengaturan model matematis mengikuti hasil pengambilan data permintaan
Waktu Kedatangan Pengiriman	Seluruh pengiriman diterima konsumen pada rentang waktu yang telah disetujui	Berdasarkan penyelesaian model matematis, semua produk diterima konsumen pada rentang waktu yang telah disetujui	Terpenuhi, pengaturan model matematis mengikuti hasil pengambilan data rentang waktu pelanggan

**Table 13.** Validasi Hasil Rancangan

Kategori Validasi	Target Validasi	Pemenuhan	Umpan Balik	Sumber
Target Kinerja	Menekan tingkat keterlambatan pengiriman	Proses distribusi hasil rancangan berhasil mencapai tingkat keterlambatan sebesar 0%	Hasil rancangan memenuhi target	Pemilik CV. XYZ (Bapak Herman)
	Minimasi biaya transportasi	Proses distribusi hasil rancangan berhasil mengurangi biaya transportasi sebesar 11%	Hasil rancangan memenuhi target	Pemilik CV. XYZ (Bapak Herman)
	Pemenuhan jumlah produk terkirim berdasarkan permintaan	Proses distribusi hasil rancangan berhasil mengirimkan semua permintaan produk	Hasil rancangan memenuhi target	Pemilik CV. XYZ (Bapak Herman)
Standar Perancangan	Kapasitas kendaraan	Kapasitas kendaraan hasil rancangan sesuai dengan kondisi nyata	Hasil rancangan memenuhi standar	Pemilik CV. XYZ (Bapak Herman)
	Kecepatan kendaraan	Kecepatan kendaraan hasil rancangan sesuai dengan standar	Hasil rancangan memenuhi standar	Pemilik CV. XYZ (Bapak Herman)
	Jumlah kendaraan	Jumlah kendaraan hasil rancangan sesuai dengan kondisi nyata	Hasil rancangan memenuhi standar	Pemilik CV. XYZ (Bapak Herman)
Batasan Realistis	Lokasi dan jarak	Penggunaan Google Maps untuk menghitung matriks jarak sesuai dengan kondisi nyata	Hasil rancangan dianggap realistis	Pemilik CV. XYZ (Bapak Herman)
	Ketersediaan produk	Asumsi tingkat ketersediaan produk 100% dianggap sesuai dengan kondisi nyata	Hasil rancangan dianggap realistis	Pemilik CV. XYZ (Bapak Herman)
	Kondisi lalu lintas	Asumsi kondisi lalu lintas tidak mengurangi kecepatan kendaraan dianggap sesuai dengan kondisi nyata	Beberapa rute usulan mengarahkan kendaraan melalui jalan/area rawan kemacetan pada durasi waktu pengiriman, sehingga rute diperludisesuaikan berdasarkan observasi lapangan	Pemilik CV. XYZ (Bapak Herman)

**Table 14.** Evaluasi Tingkat Keterlambatan

Tgl	Perutean Awal			Perutean Usulan		
	Kirim	Terlambat	%	Kirim	Terlambat	%
1	8	2	25%	5	0	0%
2	10	1	10%	5	0	0%
3	8	1	13%	6	0	0%
4	10	2	20%	6	0	0%
5	7	1	14%	5	0	0%
6	8	2	25%	6	0	0%
7	8	2	25%	3	0	0%
8	8	1	13%	5	0	0%
9	8	1	13%	6	0	0%
10	8	2	25%	6	0	0%
11	7	1	14%	4	0	0%
12	8	2	25%	6	0	0%
13	8	1	13%	6	0	0%
14	8	1	13%	6	0	0%
15	7	2	29%	5	0	0%
16	9	1	11%	5	0	0%
17	9	2	22%	6	0	0%
18	9	1	11%	7	0	0%
19	6	1	17%	4	0	0%
20	8	2	25%	4	0	0%
21	7	1	14%	5	0	0%
22	9	2	20%	4	0	0%
23	9	1	11%	5	0	0%
24	8	2	25%	5	0	0%
25	7	1	14%	5	0	0%
26	9	1	11%	4	0	0%
27	7	2	29%	5	0	0%
28	8	1	13%	6	0	0%
<b>Total</b>	<b>226</b>	<b>40</b>	<b>18%</b>	<b>145</b>	<b>0</b>	<b>0%</b>

untuk semua jenis kendaraan. Secara keseluruhan, terjadi peningkatan jarak tempuh sebesar 1476.42 (64%).

**Evaluasi Utilisasi Kendaraan**

Utilisasi kendaraan dihitung dari jumlah hari suatu kendaraan digunakan untuk mengirimkan produk. Utilisasi kendaraan terbebas dari jarak tempuh dan jumlah keberangkatan kendaraan. Tabel 16 menjabarkan perbandingan jumlah utilisasi setiap kendaraan pada kondisi awal dan hasil rancangan. Pada kendaraan T01 dan M31, diketahui bahwa utilisasi kendaraan tetap sama (28). Seluruh kendaraan motor (M2-) mengalami penurunan utilisasi kecuali M24.

**Evaluasi Biaya Transportasi**

Biaya total kegiatan distribusi dihitung berdasarkan biaya tetap dan biaya variabel penggunaan kendaraan. Jarak tempuh, konsumsi bahan bakar, dan penugasan kendaraan menjadi faktor dalam kalkulasi biaya transportasi. Tabel 17 menyajikan perbandingan biaya transportasi rute

**Table 15.** Evaluasi jarak Tempuh

Kode	Jarak Tempuh (Km)		Selisih (Km)	Presentas
	Kondisi Awal	Hasil Rancangan		
T01	1121.8	1586.6	464.8	41%
M31	496.6	1218.83	722.23	145%
M21	167.4	187	19.6	12%
M22	159.3	235.4	76.1	48%
M23	156	196.77	40.77	26%
M24	13.2	123.97	110.77	839%
M25	176.6	218.75	42.15	24%
Keseluruhan	2290.9	3767.32	1476.42	64%

**Table 16.** Evaluasi Utilisasi Kendaraan

Kode	Utilisasi (Hari)		Selisih	Presentase
	Kondisi Awal	Hasil Rancangan		
T01	28	28	0	0%
M31	28	28	0	0%
M21	28	9	-19	-68%
M22	27	11	-16	-59%
M23	25	16	-9	-36%
M24	3	10	7	233%
M25	26	17	-9	-35%
Keseluruhan	165	119	-46	-28%

**Table 17.** Evaluasi Biaya Transportasi

Kendaraan	Awal (Rp.)	Usulan (Rp.)	Penghematan (Rp.)
T01	6,801,085	7,445,549	644,463
M31	2,806,261	3,414,018	607,757
M21	2,102,336	720,583	1,381,752
M22	2,026,538	883,017	1,143,521
M23	1,850,271	1,225,789	624,482
M24	219,663	766,542	546,880
M25	1,930,447	1,306,557	623,889
Total	17,736,600	15,762,055	1,974,545

awal dan usulan untuk setiap jenis kendaraan yang digunakan. Dapat disimpulkan bahwa rute usulan berhasil mengurangi biaya transportasi total sebesar 11%. Terdapat penurunan biaya untuk hampir semua kendaraan motor roda dua (kode prefiks M2-), kecuali kendaraan M24 yang mengalami kenaikan biaya sebesar 249%, yang diakibatkan oleh peningkatan utilitas. Peningkatan biaya transportasi juga terjadi pada kendaraan truk (T01) sebesar 9% dan motor roda tiga (M31) sebesar 22%.

## Kesimpulan

Berdasarkan hasil pengumpulan data, pengolahan data, perancangan solusi, dan analisis hasil rancangan solusi untuk permasalahan *Vehicle Routing Problem* dengan karakteristik *Heterogeneous Fleet* dan *Time Windows*, menggunakan metode *Mixed Integer Linear Programming* (MILP), maka dapat disimpulkan bahwa perancangan rute distribusi menggunakan metode MILP telah mencapai solusi optimal. Pernyataan tersebut dibuktikan dengan perhitungan tingkat keterlambatan sebesar 0%, sesuai dengan target perancangan. Total jarak tempuh rute usulan lebih jauh sebesar 1476.42 km (64%) dari rute awal. Kendaraan truk mengalami peningkatan jarak tempuh sebesar 464.8 km, kendaraan roda tiga mengalami peningkatan jarak tempuh sebesar 722.23 km, dan total jarak tempuh kendaraan roda dua mengalami peningkatan jarak tempuh sebesar 289.39 km.

## Daftar Pustaka

1. Anwar SN. Manajemen Rantai Pasokan (Supply Chain Management): Konsep dan Hakikat. *Jurnal Dinamika Informatika*. 2011;3(2):92–98.
2. Basriati S. Integer Linear Programming Dengan Pendekatan Metode Cutting Plane dan Branch and Bound Untuk Optimasi Produksi Tahu. *Unknown Journal*. 2018;4(2):95–104.
3. Borčinová Z, Irawan W, Manaqib M, Fitriyati N. Implementation of the Model Capacited Vehicle Routing Problem with Time Windows with a Goal Programming Approach in Determining the Best Route for Goods Distribution. *Croatian Operational Research Review*. 2020;17(2):231–239.
4. Chopra S, Meindl P. *Supply Chain Management Strategy, Planning, and Operation*; 2016.
5. Clausen J. Branch and Bound Algorithms-Principles and Examples. Department of Computer Science, University of . 1999:1–30.
6. Dantzig GB, Thapa MN. *Linear Programming: An Introduction*. vol. 1, Issue 3. 1st ed. Springer; 1997.
7. Glover F. Tabu Search - Part I. *Orsa Journal on Computing*. 1989;1(3):190–206.
8. Granada-Echeverri M, Toro EM, Santa JJ. A mixed integer linear programming formulation for the vehicle routing problem with backhauls. *International Journal of Industrial Engineering Computations*. 2019;10(2):295–308.
9. Houlihan JB. *International Supply Chain Management*. *International Journal of Physical Distribution & Materials Management*. 1987;17(2):51–66.
10. Taha HA. Taha, H. A. In: *Operational Research Quarterly* (1970-1977). vol. 23. Pearson Education; 2007. .
11. Toth P, Vigo D. *The Vehicle Routing Problem*. Society for Industrial and Applied Mathematics; 2002.
12. Yan S, Chu JC, Hsiao FY, Huang HJ. A planning model and solution algorithm for multi-trip split-delivery vehicle routing and scheduling problems with time windows. *Computers and Industrial Engineering*. 2015;87:383–393.
13. Romero-Gelvez JI, Gonzales-Cogua WC, Herrera-Cuarteras JA. CVRPTW Model for Cargo Collection with Heterogeneous Capacity-Fleet; 2019. p. 173–184.
14. Tajuk Artikel.
15. Taha HA. *Operations Research: An Introduction*. 8th ed. Pearson Education; 2007.
16. Toth P, Vigo D. *The Vehicle Routing Problem*. Society for Industrial and Applied Mathematics; 2002.
17. Yan S, Chu JC, Hsiao FY, Huang HJ. A planning model and solution algorithm for multi-trip split-delivery vehicle routing and scheduling problems with time windows. *Computers and Industrial Engineering*. 2015;87:383–393.