

# SIMULASI MODEL NAVIGASI MOBILE ROBOT DENGAN PENERAPAN METODE CONTROL LYAPUNOV-BARRIER FUNCTION (CLBF) TERHADAP SISTEM NAVIGASI WAYPOINT

Ridlho Khoirul Fachri<sup>1</sup>, Muhammad Zakiyullah Romdlony<sup>2</sup>, Muhammad Ridho Rosa<sup>3</sup>

<sup>1,2,3</sup>Fakultas Teknik Elektro, Telkom University

<sup>1</sup>ridlhokf@student.telkomuniversity.ac.id <sup>2</sup>zakiyullah@telkomuniversity.ac.id,

<sup>3</sup>mridhorosa@telkomuniversity.ac.id,

Diterima pada 28 Agustus 2021; disetujui pada 22 Agustus 2022; dan diterbitkan pada 2 September 2022.

## Abstrak

Simulasi menjadi bagian penting dalam keberhasilan implementasi metode kontrol sebelum diterapkan pada real plant. Paper ini membahas implementasi metode Control Lyapunov-Barrier Function (CLBF) pada model navigasi mobile robot terhadap sistem navigasi waypoint melalui simulasi Matlab. CLBF merupakan kombinasi metode Control Lyapunov Function (CLF) dan Control Barrier Function (CBF) yang memiliki peran untuk menjaga kestabilan dan menjamin keselamatan pada sistem. Pemberian tiga waypoint sebagai navigasi gerak dari model mobile robot berfungsi untuk mengetahui kestabilan sistem, tiga barrier berbentuk lingkaran untuk area yang harus dihindari, dan unsafe state diberikan supaya model navigasi mobile robot tidak menabak barrier, sehingga sistem dikatakan aman. Simulasi yang dilakukan memperlihatkan model navigasi mobile robot yang mampu bergerak menuju beberapa waypoint dengan menghindari tiga barrier dalam waktu yang berbeda, di antaranya dari initial state ke waypoint pertama membutuhkan waktu 7,43 detik, dari waypoint pertama ke waypoint kedua membutuhkan waktu 5,73 detik, dan dari waypoint kedua ke waypoint ketiga membutuhkan waktu 6,75 detik. Penempatan waypoint, barrier, dan unsafe state terhadap bidang dua dimensi yaitu  $x_1$  sebagai koordinat x dan  $x_2$  sebagai koordinat y.

**Kata Kunci:** control lyapunov-barrier function, simulasi, waypoint.

## Abstract

Simulation is an important part in the successful implementation of the control method before it is applied to the real plant. Our research is to implement the Control Lyapunov-Barrier Function (CLBF) method on the mobile robot navigation model of the waypoint navigation system through Matlab simulation. CLBF is a combination of the Control Lyapunov Function (CLF) and Control Barrier Function (CBF) methods which have a role for stability and ensure system safety. The provision of three waypoints as motion navigation of the mobile robot model serves to determine the stability of the system, three circular barriers for areas that must be avoided, and an unsafe state is given so that the mobile robot navigation model does not hit the barrier, so the system is said to be safe. The simulation shows a mobile robot navigation model that is able to move to several waypoints by avoiding three barriers at different times, including from the initial state to the first waypoint it takes 7.43 seconds, from the first waypoint to the second waypoint takes 5.73 seconds, and from the second waypoint to the third waypoint takes 6.75 seconds. Placement of waypoints, barriers, and unsafe states on two-dimensional planes, namely  $x_1$  is x-coordinate and  $x_2$  is y-coordinate.

**Key Words:** control lyapunov-barrier function, simulation, waypoint.

## 1. Pendahuluan

Melakukan simulasi merupakan langkah awal dalam penerapan metode kontrol sebelum suatu sistem real digunakan [1]. Peran simulasi di antaranya adalah untuk mengetahui keberhasilan metode kontrol pada suatu sistem real dengan cara komparasi terhadap simulasi yang dilakukan [2]. Pada simulasi akan diatur

parameter-parameter sebagai penentu keberhasilan seperti jumlah keputusan, kesalahan standar maksimum yang masuk dalam kriteria perhitungan, ataupun membandingkan hasil gambar simulasi yang ditampilkan dengan beberapa kali pengujian [3]. Simulasi menggunakan aplikasi komputer juga dapat mempermudah penelitian karena mempercepat waktu perhitungan dan mengasumsikan parameter diluar

simulasi adalah ideal [4].

Pemilihan model sistem yang digunakan menjadi suatu peran penting untuk mendapatkan keberhasilan simulasi [5], dimana asumsi model tersebut dibuat sama dengan sistem real yang nantinya digunakan. Seperti pemodelan pada robot, yaitu robot yang bergerak dengan tujuan koordinat tertentu atau menghindari rintangan yang ada di dekatnya [6,7].

Untuk mengontrol pelacakan lintasan dengan presisi yang tinggi pada robot, banyak pendekatan kontrol canggih telah diusulkan oleh beberapa peneliti. Di antaranya adalah penelitian dengan menggunakan Control Lyapunov Function (CLF) yang diterapkan pada model mobile robot dengan membuktikan kestabilan pada sistem sehingga robot berhasil berhenti pada koordinat yang diinginkan [8] dan pada penelitian dengan menggunakan Control Barrier Function (CBF) yang diterapkan pada model mobile robot dapat membuktikan keamanan sistem untuk menghindari barrier [9]. Pada tahun 2016 tercipta metode yang menggabungkan CLF dan CBF, metode tersebut adalah Control Lyapunov-Barrier Function (CLBF) yaitu membuat sistem stabil dan menjamin keselamatan sistem [6].

Hasil penelitian yang kami lakukan berhasil mengimplementasikan metode CLBF dengan membuat kestabilan dan menjamin keselamatan pada sistem, karena model navigasi mobile robot mampu bergerak terhadap tiga waypoint dengan menghindari tiga barrier yang ada. Model navigasi mobile robot dianalisis terhadap bidang dua dimensi yaitu  $x_1$  sebagai koordinat  $x$  dan  $x_2$  sebagai koordinat  $y$

## 2. Studi Terkait

### 2.1 Control Lyapunov Function

Control Lyapunov Function (CLF) diciptakan untuk menghasilkan kestabilan pada sistem, semakin bagus desain CLF maka semakin stabil sistem yang dihasilkan [10]. CLF pada persamaan suatu sistem dapat disimbolkan dengan  $V$  yang nilainya selalu bilangan real positif

$$\frac{\delta V}{\delta x} f(x) = L_f V < 0 \tag{1}$$

$$\frac{\delta V}{\delta x} g(x) = L_g V < 0 \tag{2}$$

$L_f$  adalah lie derivative dari matriks dinamika ( $f(x)$ ) dan  $L_g$  adalah lie derivative dari matriks dinamika ( $g(x)$ ). Fungsi CLF dapat dikatakan stabil apabila turunan persamaan (1) dikalikan dengan matriks non-linear ( $f(x)$ ) dan input matriks ( $g(x)$ ) dengan syarat  $\dot{V} < 0$  menghasilkan nilai positif definit, sehingga dari persamaan tersebut dapat menuju ke titik stabil (ekuilibrium) [6]. Model navigasi mobile robot diasumsikan bergerak terhadap

bidang dua dimensi yaitu yaitu  $x_1$  sebagai koordinat  $x$  dan  $x_2$  sebagai koordinat  $y$  [6].

$$V(x) = x_1^2 + x_1 x_2 + x_2^2 \tag{3}$$

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= u_1 \\ \dot{x}_2 &= u_2 \end{aligned} \tag{4}$$

dimana,  $x_1$  dan  $x_2$  merupakan posisi. Sedangkan  $u_1$  dan  $u_2$  merupakan representasi dari kecepatan line Barrar terhadap koordinat  $x$  dan  $y$ .

### 2.2 Control Barrier Function

Control Barrier Function (CBF) merupakan metode yang ditujukan untuk menjamin keamanan pada sistem, karena biasanya metode ini digunakan sistem untuk menghindari obstacle [11]. Pada CBF memiliki beberapa ketentuan [6]. Jika fungsi barrier ( $B$ ) pada sistem merupakan nilai real maka nilai unsafe state ( $D$ ) juga merupakan bilangan real, karena nilai  $D$  merupakan bagian dari fungsi  $B$ . Selain itu, nilai dari fungsi  $B$  harus  $\dot{B} > 0$ , akan tetapi nilai  $L_f B$  dan  $L_g B$  yang dikalikan dengan fungsi turunan  $B$  harus  $\leq 0$  [9].

$$B(x) > 0 \tag{5}$$

$$\frac{\partial B}{\partial x} f(x) = L_f B(x) \leq 0 \tag{6}$$

$$\frac{\partial B}{\partial x} g(x) = L_g B(x) \leq 0 \tag{7}$$

Diasumsikan *barrier* berbentuk lingkaran dengan persamaan *barrier* sebagai berikut.

$$B(x) = (x_1 - a)^2 + (x_2 - b)^2 \tag{8}$$

Pada persamaan (8) nilai  $a$  dan  $b$  merupakan titik pusat lingkaran terhadap koordinat  $x$  dan  $y$ .

### 2.3 Control Lyapunov-Barrier Function

Metode *Control Lyapunov-Barrier Function* (CLBF) merupakan metode kontrol yang relatif baru. Tujuan dari CLBF yaitu mengintegrasikan fungsi CBF dan fungsi CLF, termasuk kelebihan dari masing – masing metode menjadi satu kesatuan fungsi [6].

Saat nilai state ( $x$ ) berada di sekitar hambatan, maka  $W$  akan bernilai lebih besar dari nol. Jika nilai  $x$  tidak berada di sekitar hambatan maka nilai  $W$  berada di sekitar nol atau di bawah nol. Apabila  $x$  berada di perbatasan hambatan, nilai  $W$  akan terus naik dan membesar. Berikut merupakan persamaan fungsi CLBF [6].

$$W(x) = V(x) + \lambda B(x) + \kappa \tag{9}$$

$$W(x) = \frac{dW}{dw} \cdot \dot{x} = \frac{dW}{dx} \cdot (f(x) + g(x)u) \tag{10}$$

$$\dot{W}(x) = L_f W + L_g W \tag{11}$$



Gambar 1. Diagram Blok CLBF dengan Model

$\lambda$  adalah penentu agresifnya respons sistem terhadap barrier dan  $\kappa$  adalah parameter penentu arah menghindari barrier. Berikut merupakan persamaan yang digunakan untuk output CLBF [6].

$$output = -\frac{a + \sqrt{a^2 + \gamma \|b\|^4}}{b^T b} b; \quad b \neq 0 \quad (12)$$

$$0 \quad \text{lainnya}$$

Untuk nilai  $a = \frac{aw(x)}{\partial x} f(x) = L_f W$  nilai  $b = \frac{aw(x)}{\partial x} g(x) = L_g W^T$  dan nilai  $\gamma$  ( $Y$ ) merupakan gain output. Pada kondisi nilai  $b \neq 0$  artinya CLBF memberikan output supaya sistem menjauhi barrier. Jika nilai  $b = 0$  maka CLBF memberikan nilai output supaya sistem menuju titik tujuan yang diinginkan (ekuilibrium). Hubungan CLBF dengan model navigasi mobile robot dapat dilihat pada Gambar 1 berikut.

Gambar 1 di atas menjelaskan bahwa sistem dianggap sebagai single integrator. Dengan input CLBF adalah nilai posisi koordinat dari model navigasi mobile robot terhadap koordinat  $x(x_1)$  koordinat  $y(x_2)$  dan set point adalah waypoint. Sedangkan output CLBF adalah nilai kecepatan linear terhadap koordinat  $x(\dot{x}_1 = v_x)$  dan koordinat  $x(\dot{x}_1 = v_x)$  Input untuk model navigasi mobile robot berupa nilai kecepatan linear  $v_x$  dan  $v_y$  dan output dari sistem adalah nilai posisi terhadap koordinat  $x$  dan koordinat  $y$ .

### 2.4 Navigasi Waypoint

Sistem navigasi dibutuhkan untuk mengontrol arah gerak dari suatu kendaraan atau robot, salah satunya teknik waypoint [12]. Teknik ini menggunakan informasi berupa kumpulan koordinat gerak dari satu posisi ke posisi lain dengan mengasumsikan setiap posisi dalam proses pergerakannya menjadi suatu titik dalam sistem koordinat tertentu misalnya menunjukkan garis lintang, bujur, kecepatan, dan sudut rute [13][14]. Berikut merupakan ilustrasi navigasi waypoint yang terdapat pada Gambar 2 di bawah.

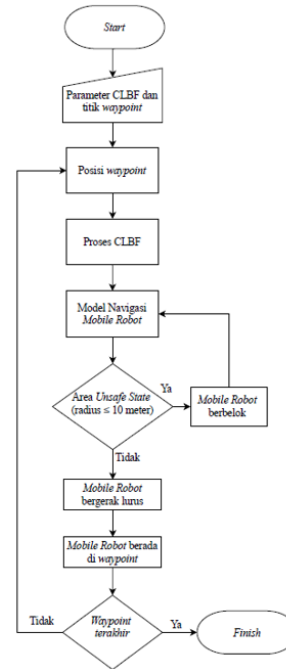
### 3. Metode Penelitian

Flowchart terhadap metode CLBF, model navigasi mobile robot, dan waypoint dijelaskan berikut. Berikut merupakan flowchart pada sistem yang digunakan dapat dilihat pada Gambar 3 di bawah.

Tahap awal adalah dimulainya running dengan aplikasi Matlab terhadap nilai-nilai parameter yang telah



Gambar 2. Waypoint



Gambar 3. Flowchart

diberikan, seperti parameter CLBF, posisi barrier, unsafe state, dan waypoint.

Selanjutnya, model navigasi mobile robot mendapatkan input dari output proses CLBF, sehingga dapat mengarahkan posisi model ke beberapa waypoint dan menghindari unsafe state yang sudah ditentukan. Setelah navigasi mobile robot bergerak dan sampai berada pada waypoint yang ditentukan, maka komputasi dengan Matlab akan memberikan koordinat posisi pada navigasi mobile robot, selanjutnya dilakukan pengecekan kembali, jika sudah berada pada posisi waypoint terakhir maka model navigasi mobile robot akan berhenti, akan tetapi . Jika belum berada pada posisi waypoint terakhir, maka model navigasi mobile robot akan terus bergerak sampai ke waypoint terakhir.

### 4. Hasil dan Pembahasan

Pada penelitian ini dilakukan simulasi menggunakan aplikasi Matlab, simulasi yang dilakukan ditinjau terhadap lintasan (trajectory) posisi pada model navigasi mobile robot. Tabel 1 di bawah menunjukkan nilai-nilai parameter yang digunakan pada implementasi.

Tabel 1. Parameter yang Digunakan

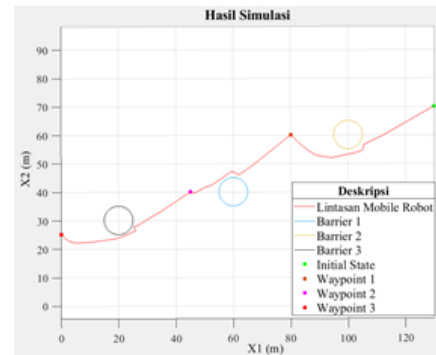
Parameter	
Nama	Nilai
CLF (meter)	$LfV = 0$
	$LgV = [0,5x_1 + 0,25x_2 \quad 0,5x_2 + 0,25x_1]$
CBF 1 (meter)	Pusat X = 60
	Pusat Y = 40
	$LfB = 0$
	$LgB = [2x_1 - 120 \quad 2x_2 - 80]$
	Radius = 5
CBF 2 (meter)	Pusat X = 100
	Pusat Y = 60
	$LfB = 0$
	$LgB = [2x_1 - 200 \quad 2x_2 - 120]$
	Radius = 5
CBF 3 (meter)	Pusat X = 20
	Pusat Y = 30
	$LfB = 0$
	$LgB = [2x_1 - 40 \quad 2x_2 - 60]$
	Radius = 5
Initial State (meter)	$x_1 = 130$
	$x_2 = 70$
Gamma	11
Kappa	-2, 1, dan -2
Lambda	2, 2, dan 6
Waypoint 1 (meter)	$x_1 = 80$
	$x_2 = 60$
Waypoint 2 (meter)	$x_1 = 45$
	$x_2 = 40$
Waypoint 3 (meter)	$x_1 = 0$
	$x_2 = 25$
Radius	
Switch untuk waypoint (meter)	$-0,05 < x_1 < 0,05$ dan $-0,05 < x_2 < 0,05$

Pada Gambar 4 di atas memperlihatkan hasil simulasi lintasan yang dilalui model navigasi mobile robot yaitu adanya garis yang berwarna merah. Pada gambar tersebut juga terlihat bahwa simulasi dengan model navigasi mobile robot berhasil menuju ketiga waypoint yang diberikan dengan mampu melewati tiga barrier tanpa menabrak. Selanjutnya, Gambar 5 dan Gambar 6 di bawah merupakan hasil dari output CLBF yaitu nilai kecepatan linear pada koordinat  $x(v_x)$  dan pada koordinat  $y(v_y)$ .

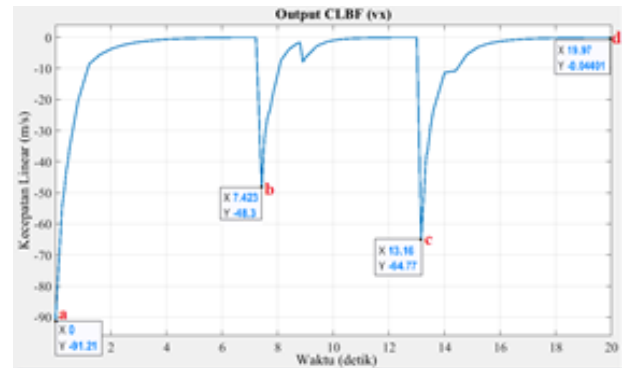
Pada Gambar 5 dan Gambar 6 di atas terdapat beberapa huruf, di antaranya adalah a untuk initial state, b untuk waypoint pertama, c untuk waypoint kedua, dan d untuk waypoint ketiga.

Garis biru pada nilai  $v_x$  dan  $v_y$  terlihat memiliki nilai yang sangat menurun, hal ini menunjukkan bahwa adanya waypoint yang dilewati. Begitu juga ketika grafik mulai menanjak, yang diartikan CLBF telah memberikan kembali nilai output sehingga navigasi mobile robot dapat bergerak ke tujuan.

Waktu yang dibutuhkan untuk mencapai tujuan masing-masing waypoint berbeda, di antaranya dari initial state ke waypoint pertama membutuhkan waktu



Gambar 4. Hasil Simulasi Navigasi Mobile robot



Gambar 5. Output CLBF

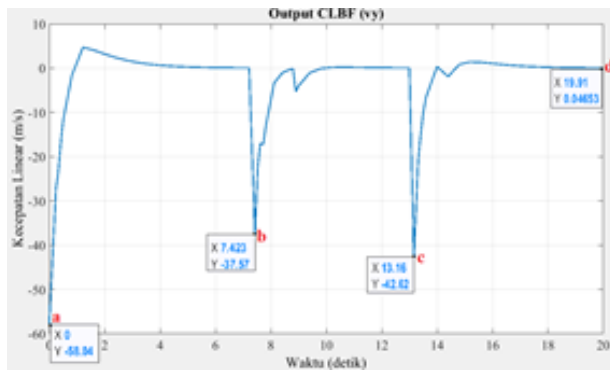
7,43 detik, dari waypoint pertama ke waypoint kedua membutuhkan waktu 5,73 detik, dan dari waypoint kedua ke waypoint ketiga membutuhkan waktu 6,75 detik dengan total waktu keseluruhan adalah 20 detik.

Selain itu, pemberian jarak switch ketika navigasi mobile robot berada pada waypoint sangat berpengaruh, karena dapat mengubah arah atau orientasi gerak navigasi mobile robot ke waypoint selanjutnya.

### 5. Kesimpulan

Gambar 4 memperlihatkan bahwa nilai lambda ( $\lambda$ ) pada CLBF berpengaruh untuk agresifnya pergerakan sistem ketika bertemu dengan unsafe state. Semakin besar nilai lambda, maka semakin besar peluang sistem model navigasi mobile robot menabrak barrier; begitu juga sebaliknya. Pemberian jarak switch untuk waypoint sangat berpengaruh pada orientasi gerak model navigasi mobile robot ke waypoint selanjutnya.

Sedangkan pada Gambar 5 dan Gambar 6 memperlihatkan bahwa ketika model navigasi mobile robot memiliki jarak yang jauh terhadap waypoint, maka nilai output CLBF akan sangat kecil sehingga model navigasi mobile robot akan bergerak mendekati waypoint. Begitu juga ketika model navigasi mobile robot sudah dekat dengan waypoint, maka nilai output CLBF akan menuju ke 0, sehingga model navigasi



**Gambar 6. Output CLBF**

*mobile robot* akan berhenti atau stabil.

Waktu yang dibutuhkan untuk mencapai tujuan masing-masing *waypoint* berbeda, diantaranya dari initial state ke *waypoint* pertama membutuhkan waktu 7,43 detik, dari *waypoint* pertama ke *waypoint* kedua membutuhkan waktu 5,73 detik, dan dari *waypoint* kedua ke *waypoint* ketiga membutuhkan waktu 6,75 detik. Hal tersebut dipengaruhi oleh beberapa kondisi, di antaranya adalah jarak antara kedua *waypoint*, jarak antara *waypoint* dengan penempatan *barrier*, dan juga dipengaruhi oleh gain CLBF yang ( $\gamma$ ) diberikan.

#### Daftar Pustaka

- [1] Fang, S., Xu, L. Da, Zhu, Y., Ahati, J., Pei, H., Yan, J., & Liu, Z. (2014). An integrated system for regional environmental monitoring and management based on internet of things. *IEEE Transactions on Industrial Informatics*, 10(2), 1596–1605. <http://doi.org/10.1109/TII.2014.2302638>
- [2] Z. Zacharia dan O. R. Anderson, “The effects of an interactive computer-based simulation prior to performing a laboratory inquiry-based experiment on students’ conceptual understanding of physics,” *Am. J. Phys.*, vol. 71, no. 6, hal. 618–629, 2003, doi: 10.1119/1.1566427.
- [3] J. J. Barnard, “From simulation to implementation: Two CAT case studies,” *Pract. Assessment, Res. Eval.*, vol. 23, no. 14, hal. 1–8, 2018, doi: <https://doi.org/10.7275/affv-3z17>.
- [4] J. P. C. Kleijnen, “Design and analysis of simulation experiments,” *Springer Proc. Math. Stat.*, vol. 231, hal. 3–22, 2018, doi: 10.1007/978-3-319-76035-3\_1.
- [5] D. U. Rijalusalam dan I. Iswanto, “Implementation Kinematics Modeling and Odometry of Four Omni Wheel Mobile Robot on The Trajectory Planning and Motion Control Based Microcontroller,” *J. Robot. Control*, vol. 2, no. 5, hal. 448–455, 2021, doi: 10.18196/jrc.25121.
- [6] M. Z. Romdlony dan B. Jayawardhana, “Stabilization with guaranteed safety using Control Lyapunov-Barrier Function,” *Automatica*, vol. 66, hal. 39–47, 2016, doi: 10.1016/j.automatica.2015.12.011.
- [7] K. Malu dan J. Majumdar, “Kinematics, Localization and Control of Differential Drive Mobile Robot,” *Glob. J. Res. Eng.*, vol. 14, no. 1, hal. 1–8, 2014, [Daring].
- [8] S. Kimura, H. Nakamura, dan Y. Yamashita, Control of two-wheeled mobile robot via homogeneous semiconcave control Lyapunov function, vol. 9, no. PART 1. IFAC, 2013.
- [9] M. Igarashi dan H. Nakamura, “Collision avoidance assist control for two-wheel vehicle robots by control barrier function,” 2018 Int. Autom. Control Conf. CACS 2018, no. 5, hal. 1–6, 2019, doi: 10.1109/CACS.2018.8606761.
- [10] R. A. Freeman dan P. Kokotović, *Robust Nonlinear Control Design*. 1996.
- [11] H. W. Berhe, “Barrier function methods using Matlab,” vol. 1, no. November, hal. 38–50, 2012.
- [12] S. L. Waslander, *Autonomous Control Systems and Vehicles*, vol. 65. 2013.
- [13] I. M. Astrakhan dan S. M. Gadiev, “WAYPOINT NAVIGATION,” vol. 36, no. 41, hal. 1029–1032, 2007.
- [14] A. S. Taufik, “Sistem Navigasi Waypoint pada Autonomous Mobile Robot,” *J. Mhs. TEUB*, vol. 1, no. 1, hal. 1–6, 2013.